



На правах рукописи

**Попов Дмитрий Владимирович**

**НЕЧЕТКО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ, АЛГОРИТМЫ И КОМПЛЕКС  
ПРОГРАММ АНАЛИЗА РАСПРОСТРАНЕНИЯ РАДИОАКТИВНЫХ ЗАГРЯЗНЕНИЙ  
В ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЕ**

Специальность:

05.13.18 - Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (технические науки),

**Автореферат  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук**

**Москва - 2013**

Работа выполнена в Московском государственном машиностроительном университете (МАМИ), кафедра «Прикладная математика»

**Научные руководители:**

Доктор физико-математических наук, профессор, Бутусов Олег Борисович,  
Московский государственный машиностроительный университет (МАМИ),  
заведующий кафедрой прикладной математики

**Официальные оппоненты:**

Пашенко Федор Федорович, доктор технических наук, профессор,  
Институт проблем управления им. В.А.Трапезникова РАН,  
заведующий лабораторией интеллектуальных систем управления и моделирования.

Кузин Рудольф Евгеньевич, доктор технических наук, профессор,  
ОАО «Ведущий научно-исследовательский институт химической технологии»,  
главный научный сотрудник, лаборатория «Охраны окружающей среды».

**Ведущая организация:**

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

**Защита состоится** «10» декабря 2013 г. в 11-00 часов на заседании диссертационного совета Д 212.204.10 при РХТУ имени Д.И. Менделеева по адресу: 125047, Москва, Миусская пл., д. 9, Конференц-зал (ауд. 443)

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-библиотечном центре РХТУ им. Д.И. Менделеева.

Автореферат разослан «28» октября 2013 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета  
Д 212.204.10  
д.т. н., профессор



Ю.А.Комиссаров

## **ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ**

**Актуальность темы исследования.** В настоящее время проблема обеспечения безопасности геологических хранилищ радиоактивных отходов (РАО) имеет актуальное значение в связи с развитием мощностей атомной энергетики, что приводит к постоянному росту и накоплению количества РАО, требующих специального захоронения. Геологические хранилища РАО обеспечивают безопасные размещения РАО, предотвращающие несанкционированные изъятия отходов, а также возможность предотвращения распространения радиоактивных загрязнений (РДЗ) в окружающую среду. В обзоре Организации по Экономическому Сотрудничеству Агентства по Ядерной Энергии (OECD NEA – Organization for Economic Cooperation of Nuclear Energy Agency) отмечается важность как среднесрочного, так и долгосрочного мониторинга геологических хранилищ РАО.

В связи с этим важное значение приобретает научное обоснование прогнозирования РДЗ окружающей среды при разрушении геологических хранилищ РАО с учетом неопределенности параметров физико-химических процессов распространения РДЗ в литосфере, гидросфере и биосфере.

Традиционно для моделирования распространения загрязнений применяются математические модели диффузионного типа или уравнения диффузионно-адвективного переноса, основанные на уравнениях гидродинамики и массопереноса. Важную роль для научно-обоснованного прогнозирования играет правильный выбор параметров математической модели, которые, как правило, не известны или известны приблизительно. Решение задачи разработки адекватных математических моделей может быть получено либо с помощью разработки дополнительных специализированных уравнений расчета параметров моделей, либо с помощью применения методов теории решений в условиях неопределенности. При этом математическая постановка задачи прогнозирования должна использовать представление неопределенных параметров математических моделей в виде нечетких или интервальных чисел. При интервальном анализе неопределенные параметры заменяются интервалами с равномерным распределением значений параметров по интервалу, что гарантирует нахождение точного решения внутри определенного интервала. Более результативным является прогнозирование, основанное на применении нечетких чисел.

Таким образом, задача разработки и развития методов математического и компьютерного моделирования распространения РДЗ в окружающей среде с учетом неопределенности является актуальной научной задачей, имеющей важное значение для обеспечения и прогнозирования безопасности хранилищ РАО.

### **Степень разработанности темы исследования.**

Методы теории нечетких множеств (ТНМ) и нечетких чисел, впервые предложенные Л.А.Заде в середине 1960-ых годов, в 1970-е и 1980-е годы получили дальнейшее развитие: при разработке нечетких баз данных, при нечетком структурном моделировании, нечетком регрессионном анализе, нечетком групповом методе обработки данных, нечетком интегрировании и квантовании, нечетком многоцелевом планировании, нечетком статистическом и многоатрибутном принятии решений и др. В настоящее время ТНМ широко применяется при разработке систем автоматического управления (САУ) производственными процессами, движением транспорта; автоматизированных систем распознавания речи и аэрокосмических изображений; при проектировании промышленных роботов.

В последние годы методы ТНМ применяются для решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) и дифференциальных уравнений в частных производных (ДУЧП) с нечеткими или неопределенными коэффициентами, которые описывают разнообразные физико-химические процессы и, в частности, физико-химические процессы распространения загрязнений.

Среди научных работ по методам решения нечетко-дифференциальных уравнений (НЧДУ), на которых основаны исследования данной диссертационной работы, следует отме-

тить работы Калмыкова А.С., Шокина Ю.И. и Юлдашева З.Х., Мура Р.Е., Алефельда Г. и Херцбергера Ю., Дж. Букли, Т.Фэринга, С. Сейкала, Т. Алахвиранлу, Датта Д., Фаражзаде А., Хансена Е.Р., Калева О. и др.

Методы численного решения НЧДУ диффузионно-адвективного переноса, развитые в диссертации, основаны на широком использовании научных работ чл.-корр. РАН, профессора, д.т.н. Мешалкина В.П., профессора, д.ф.м.н. Бутусова О.Б., профессоров Курдюмова С.П., Малинецкого Г.Г., Потапова А.Б., Самарского А.А., Берлянда М.Е., Братуся А.С., Новожилова А.С., Платонова А.П., Паскуила Ф. и др.

Разработанные автором нечетко-дифференциальные методы математического моделирования физико-химических процессов распространения РДЗ: - в литосфере основаны на работах Гавич И.К. и Крезик Н.; - в биосфере основаны на работах Братуся А.С., Рокини Е., Девикто Н. и Тарантола С.

Результаты выполненного автором аналитического обзора научных трудов отечественных и зарубежных ученых показывают, что существующие методы решения НЧДУ не могут быть непосредственно без дополнительных модификаций использованы для компьютерного моделирования распространения РДЗ в литосфере и биосфере.

В связи с вышеизложенным научная задача разработки численных методов решения нечетко-дифференциальных уравнений, а также создание проблемно ориентированного комплекса программ анализа распространения РДЗ в окружающей среде в условиях неопределенности, является новой актуальной научной задачей, решение которой имеет существенное значение для оценки обеспечения требуемого уровня радиационной безопасности геологических хранилищ РАО.

**Цель диссертационного исследования.** Разработать нечетко-дифференциальные математические модели распространения радиоактивных загрязнений в окружающей среде в условиях неопределенности и комплекс программ анализа распространения радиационного загрязнения биосферы при разрушении геологических хранилищ радиоактивных отходов.

Для достижения указанной цели исследования необходимо сформулировать и решить следующие взаимосвязанные задачи:

1. Разработать двухуровневую нечетко-дифференциальную математическую модель распространения радиоактивных загрязнений в литосфере с учетом неопределенности.

2. Разработать алгоритм решения системы уравнений двухуровневой нечетко-дифференциальной математической модели распространения радиоактивных загрязнений в литосфере.

3. Провести вычислительные эксперименты по анализу устойчивости и сходимости алгоритмов решения системы уравнений двухуровневой нечетко-дифференциальной математической модели распространения РДЗ в литосфере.

4. Разработать многоуровневую нечетко-дифференциальную математическую модель распространения радиоактивных загрязнений в литосфере с учетом неопределенности.

5. Разработать алгоритм решения системы уравнений многоуровневой нечетко-дифференциальной математической модели распространения радиоактивных загрязнений в литосфере.

6. Провести вычислительные эксперименты по анализу устойчивости и сходимости алгоритма решения системы уравнений многоуровневой нечетко-дифференциальной математической модели распространения РДЗ в литосфере.

7. Разработать нечетко-дифференциальную математическую модель распространения радиоактивных загрязнений в биосфере с учетом неопределенности.

8. Разработать комплекс проблемно-ориентированных программ «DERAP» (Design of Radioactive Pollution) анализа распространения радиоактивных загрязнений в окружающей среде в условиях неопределенности.

9. Провести компьютерный анализ распространения радиоактивных загрязнений в окру-

жающей среде в условиях неопределенности при разрушении геологических хранилища РАО.

**Научная новизна работы**, определяется совокупностью следующих наиболее существенных научных результатов, полученных лично соискателем:

1. Разработана двухуровневая нечетко-дифференциальная модель распространения радиоактивных загрязнений в литосфере с учетом неопределенности, отличающаяся использованием вычислительной схемы решения нечетко-дифференциальных уравнений с трехдиагональной матрицей допускающей использование метода прогонки.
2. Предложен алгоритм решения системы нечетко-дифференциальных уравнений, основанный на представлении нечетких интервальных переменных с помощью центров и длин интервалов неопределенности. Проведено исследование устойчивости и сходимости алгоритмов численного решения двухуровневой математической модели по Нейману и доказана абсолютная устойчивость и сходимость разработанных алгоритмов.
3. Разработана многоуровневая нечетко-дифференциальная модель распространения радиоактивных загрязнений в литосфере с учетом неопределенности. Предложен алгоритм решения системы нечетко-дифференциальных уравнений многоуровневой модели, основанный на представлении нечетких интервальных переменных с помощью центров и длин интервалов неопределенности;
4. Проведено исследование устойчивости и сходимости алгоритмов численного решения многоуровневой нечетко-дифференциальной математической модели по Нейману и показано, что устойчивость многоуровневой модели определяется устойчивостью и сходимостью алгоритмов, описывающих распространение РДЗ в отдельных геологических слоях.
5. Разработана нечетко-дифференциальная модель и алгоритм решения нечетко-дифференциальных уравнений распространения радиоактивных загрязнений в биосфере отличающаяся учетом неопределенности параметров в приближении нечетких интервальных чисел для описания как депрессивного воздействия РДЗ на биомассу, так и стимулирующее воздействие РДЗ при малых дозах.
6. Разработаны архитектура, программно-информационное обеспечение и режимы функционирования комплекса объектно-ориентированных программ «DERAP» анализа распространения радиоактивных загрязнений в окружающей среде в условиях неопределенности, который позволяет решать системы нечетко-дифференциальных уравнений модели распространения РДЗ в литосферных слоях и биосфере при нечетких интервальных значениях периодов герметизации и скоростей вытекания РДЗ из хранилищ РАО.
7. Проведен компьютерный анализ распространения в окружающую среду радиоактивного загрязнения - изотопа  $I^{129}$  с большим периодом полураспада при разгерметизации геологического хранилища радиоактивных отходов, который показал, что величина дозы облучения существенно зависит от периодов полураспада РДЗ, скорости вытекания РДЗ из хранилища и от скоростей адвекции РДЗ в направлении земной поверхности, что обусловлено гидродинамикой подземных вод.
8. Проведен компьютерный анализ распространения РДЗ в литосфере, который показал, что расположение максимума распределения РДЗ на границе между геологическими слоями обусловлено более высокой скоростью адвекции РДЗ в верхних геологических слоях, вызывающей быстрый отток РДЗ от границы раздела геологических слоев.
9. Показано, что в процессе моделирования интервал неопределенности неуклонно возрастает с увеличением времени моделирования, т.е. количества вычислений, что коррелируется с результатами моделирования других авторов. При шаге моделирования  $dt = 100$  лет, после  $M = 1000$  итераций полуширина интервала неопределенности при выходе РДЗ на поверхность составляет около 65% прогнозной величины количества РДЗ. Показано, что увеличение плотности биомассы при стимулирующем воздействии РДЗ и соответствующее уменьшение плотности биомассы при депрессивном воздействии РДЗ составляет около 2.5%.

10. Результаты компьютерного моделирования распространения РДЗ при разгерметизации геологических хранилищ показали, что для минимизации дозы РДЗ в биосфере необходимо, чтобы периоды герметичности хранилища были больше или приблизительно равны периодам полураспада радиоактивного загрязнения.

**Теоретическая значимость работы** определяется разработкой методов и алгоритмов численного решения систем нечетко-дифференциальных уравнений диффузионно-адвективного переноса РДЗ в литосфере и биосфере, основанных на представлении нечетких интервальных переменных и параметров уравнений с помощью центров и длин интервалов неопределенности, а также в исследовании устойчивости и сходимости разработанных алгоритмов.

**Практическая значимость работы** состоит в разработке комплекса программ «DERAP» анализа распространения радиоактивных загрязнений в окружающей среде в условиях неопределенности, который позволяет решать нечетко-дифференциальные уравнения распространения РДЗ в литосферных слоях и биосфере при нечетких интервальных значениях периодов герметизации и скоростей вытекания РДЗ из хранилищ РАО, а также в предложенных практических рекомендациях по результатам компьютерного моделирования распространения в окружающую среду радиоактивного изотопа  $I^{129}$  при разгерметизации геологического хранилища радиоактивных отходов.

**Методология и методы исследования:** методология математического описания физико-химических процессов диффузионно-адвективного переноса радиационных загрязнений в литосфере и биосфере; методология математического описания физико-химических процессов в условиях неопределенности; методы теории нечетких множеств и нечетких чисел; численные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных; методология анализа сходимости и устойчивости численных схем решения дифференциальных уравнений в частных производных; методология математического описания воздействия радиации на население.

**Положения, выносимые на защиту:**

1. Алгоритмы численного решения нечетко-дифференциальных уравнений двухуровневой математической модели распространения радиоактивных загрязнений в литосфере при разрушениях геологических хранилищ РАО.
2. Результаты вычислительных экспериментов по анализу сходимости и устойчивости алгоритмов численного решения системы нечетко-дифференциальных уравнений двухуровневой модели распространения радиоактивных загрязнений в литосфере.
3. Алгоритмы решения систем нечетко-дифференциальных уравнений многоуровневой модели распространения радиоактивных загрязнений в литосфере при разрушениях геологических хранилищ РАО.
4. Алгоритмы решения систем нечетко-дифференциальных уравнений многоуровневой модели диффузионно-адвективного переноса РДЗ в литосфере.
5. Результаты вычислительных экспериментов по анализу сходимости и устойчивости алгоритмов численного решения систем нечетко-дифференциальных уравнений многоуровневой модели распространения радиоактивных загрязнений в литосфере.
6. Алгоритмы решения систем нечетко-дифференциальных уравнений диффузионно-адвективного распространения радиоактивных загрязнений в биосфере.
7. Архитектура, программно-информационное обеспечение и режимы функционирования комплекса объектно-ориентированных программ «DERAP» анализа распространения радиоактивных загрязнений в окружающей среде с учетом неопределенности, который позволяет решать системы нечетко-дифференциальных уравнений распространения РДЗ в литосферных слоях и биосфере при нечетких интервальных значениях периодов герметизации и скоростей вытекания РДЗ из хранилищ РАО.
8. Результаты и научно-обоснованные рекомендации, полученные при компьютерном моде-

лировании распространения в окружающую среду радиоактивного изотопа  $I^{129}$  при разгерметизации геологического хранилища радиоактивных отходов.

### **Степень достоверности и апробация результатов.**

**Обоснованность** теоретических разработок определяется корректным применением: методологии математического моделирования физико-химических процессов диффузионно-адвективного переноса радиационных загрязнений в литосфере и биосфере; методологии математического моделирования физико-химических процессов в условиях неопределенности; методов теории нечетких множеств и нечетких чисел; численные методов решения дифференциальных уравнений в частных производных (ДУЧП); методологии анализа сходимости и устойчивости численных схем решения ДУЧП; методологии математического моделирования воздействия радиации на население.

**Степень достоверности** научных результатов, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации, подтверждена использованием достоверных исходных данных о литосферных и биосферных физико-химических параметрах, а также практическим применением результатов диссертационного исследования для моделирования распространения в окружающую среду радиоактивного изотопа  $I^{129}$  при разгерметизации геологического хранилища радиоактивных отходов.

**Апробация работы.** Основные положения диссертационной работы докладывались и обсуждались на 6-й международной научно-практической конференции с элементами научной школы для молодежи «Энергосберегающие технологии в промышленности. Печные агрегаты. Экология» (Москва, НИТУ «МИСиС», 2012), 25-й международной научной конференции «Математические методы в технике и технологиях ММТТ-25» (Волгоград, Волгогр. гос. техн. ун-т, 2012), XII всероссийской научн.-техн. конф. «Приоритетные направления развития науки и технологий», (Тула, 2012), а также научных семинарах в Международном институте логистики ресурсосбережения и технологической инноватики РХТУ им. Д.И. Менделеева и научных семинарах кафедры «Прикладная математика» Московского государственного машиностроительного университета (МАМИ).

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 6 печатных работ общим объемом 2,5 п.л., в том числе лично автору принадлежит 1,5 п.л.

**Структура и объем работы.** Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка использованных литературных источников, включающего 107 наименований, глоссария основных терминов и понятий, списков аббревиатур на русском и английском языках 3-х приложений. Диссертация содержит 188 страниц машинописного текста и 37 рисунков.

### **Оглавление диссертации**

#### **Введение**

#### **Глава 1. Современное состояние научных исследований по математическому моделированию распространения радиоактивных загрязнений в окружающей среде**

1.1. Краткая характеристика основных способов захоронения радиоактивных отходов в горных породах как объектов математического моделирования

1.2. Современные математические модели хранения опасных радиоактивных отходов с учетом неопределенности

1.2.1. Математические модели источников выбросов радионуклидов

1.2.2. Математические модели распространения опасных радиоактивных загрязнений в литосфере

1.2.3. Математические модели распространения опасных радиоактивных загрязнений в биосфере

1.3. Особенности методов математического моделирования техногенно-природных процессов и явлений в условиях неопределенности

1.3.1. Современные методы математического моделирования неопределенности

1.3.2. Современные методы интервальных вычислений

1.4. Обоснование актуальности, цели и задач диссертационной работы

## **Глава 2. Разработка нечетко-дифференциальных математических моделей и алгоритмов анализа распространения радиоактивных загрязнений в окружающей среде с учетом неопределенности**

2.1. Разработка математической модели источника выбросов радионуклидов в условиях неопределенности

2.2. Разработка двухуровневой нечетко-дифференциальной математической модели и алгоритмов анализа распространения радиоактивных загрязнений в литосфере с учетом неопределенности

2.2.1. Нечетко-дифференциальное уравнение диффузионно-адвективного переноса в литосфере

2.2.2. Нечетко-дифференциальное уравнение диффузионно-адвективного переноса в биосфере

2.2.3. Алгоритм решения системы уравнений нечетко-дифференциальной двухуровневой математической модели распространения радиоактивных загрязнений в литосфере

2.2.4. Вычислительные эксперименты по анализу устойчивости и сходимости алгоритма решения нечетко-дифференциальной двухуровневой математической модели по Нейману

2.3. Разработка многоуровневой нечетко-дифференциальной математической модели и алгоритмов анализа распространения радиоактивных загрязнений в литосфере с учетом неопределенности

2.3.1. Алгоритм решения системы уравнений многоуровневой нечетко-дифференциальной математической модели распространения радиоактивных загрязнений в литосфере

2.3.2. Вычислительные эксперименты по анализу устойчивости и сходимости алгоритма решения многоуровневой нечетко-дифференциальной математической модели по Нейману

2.4. Алгоритм решения системы уравнений нечетко-дифференциальной математической модели распространения радиоактивных загрязнений в биосфере с учетом неопределенности

2.5. Выводы

## **Глава 3. Разработка комплекса объектно-ориентированных программ анализа распространения радиоактивных загрязнений в окружающей среде с учетом неопределенности**

3.1. Архитектура и режимы функционирования комплекса программ «DERAP» анализа распространения радиоактивных загрязнений в окружающей среде в условиях неопределенности

3.2. Программный модуль двухуровневой нечетко-дифференциальной модели распространения радиоактивных загрязнений в литосфере

3.3. Программный модуль многоуровневой нечетко-дифференциальной модели распространения радиоактивных загрязнений в литосфере

3.4. Программный модуль нечетко-дифференциальной модели распространения радиоактивных загрязнений в биосфере

3.5. Программный модуль визуального представления результатов компьютерного моделирования распространения радиоактивных загрязнений

3.6. Выводы

## **Глава 4. Практические результаты компьютерного анализа распространения радиоактивных загрязнений в окружающей среде с учетом неопределенности**

4.1. Вычислительные эксперименты по прогнозированию загрязнения литосферы при разгерметизации геологического хранилища радиоактивных отходов

4.2. Вычислительные эксперименты по исследованию зависимости средней эквивалентной дозы облучения населения от гидродинамических характеристик вытекания РДЗ из хра-

нилища

4.3. Вычислительные эксперименты по исследованию зависимости средней эквивалентной удельной дозы облучения человека от технических и физико-химических характеристик захоронения радиоактивных отходов

4.4. Вычислительные эксперименты по исследованию распространения РДЗ в биосфере

4.5. Выводы

**5. Заключение**

**6. Литература**

**7. Глоссарий основных терминов и понятий**

**7.1. Список аббревиатур на русском языке**

**7.2. Список аббревиатур на английском языке**

**ПРИЛОЖЕНИЯ.**

П1. Инструкция пользователю комплекса проблемно-ориентированных программ «DERAP» анализа распространения радиоактивных загрязнений в окружающей среде в условиях неопределенности

П2. Распечатка основных программных модулей комплекса программ «DERAP».

П2.1. Программа численного решения нечетко-дифференциальной двухуровневой математической модели распространения радиоактивных загрязнений в литосфере с учетом неопределенности

П2.2. Программа численного решения нечетко-дифференциальной многоуровневой математической модели распространения радиоактивных загрязнений в литосфере с учетом неопределенности

П2.3. Программа численного решения нечетко-дифференциальной математической модели распространения радиоактивных загрязнений в биосфере с учетом неопределенности

П3. Справка о практическом использовании результатов диссертационной работы.

## **ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

**Во введении** обоснована актуальность поставленной решаемой в диссертации научной задачи; определены цель и задачи диссертационной работы; приведена краткая характеристика предметной области и объекта исследования.

**Первая глава** «Современное состояние научных исследований по математическому моделированию распространения радиоактивных загрязнений в окружающей среде» посвящена аналитическому обзору основных способов захоронения РАО в горных породах как объектов математического моделирования. В настоящее время обще признано (в том числе и МАГАТЭ), что наиболее эффективным и безопасным способом захоронения РАО является их захоронение в могильниках на глубине не менее 300-500 м в глубинных геологических слоях с соблюдением принципа многобарьерной защиты и обязательным переводом жидких РАО в твердое состояние. Объективно хранилища РАО не полностью застрахованы от геофизических разрушений обусловленных образованием разломов, трещин или зон дробления слоев горных пород, приводящих к изменениям изоляционных, сорбционных и теплофизических свойств различных блоков горных пород, образующих хранилища. Разрушение, или разгерметизация, геологических хранилищ РАО также обусловлена выделением большого количества теплоты в результате протекания радиоактивных реакций в хранилищах.

Приведено описание основных современных методов математического моделирования распространения РДЗ в литосфере и биосфере с использованием уравнения диффузионно-адвективного переноса.

Приведен аналитический обзор современных методов математического моделирования источников выбросов радионуклидов при разрушениях хранилищ РАО и математических моделей распространения опасных РДЗ в литосфере и биосфере. В качестве методической

основы математического моделирования распространения РДЗ в биосфере использована исходная модель, разработанная учеными из МГУ им. М.В.Ломоносова: А.Братусь, А.Новожилов и др. В указанной математической модели использованы два вида ДУЧП: одно уравнение для описания концентрации загрязнений и второе уравнение для описания плотности биомассы. Данная система ДУЧП учитывает влияние концентрации загрязнений на биомассу и обратное фильтрационное воздействие биомассы, которая фиксирует часть загрязнения, уменьшая количество распространяющихся в биосфере загрязнений.

Учитывая необходимость использования методов теории нечетких множеств, в главе также приведен аналитический обзор современных методов математического моделирования в условиях неопределенности. Описаны элементы теории нечетких множеств и нечетких чисел, а также математические методы выполнения интервальных вычислений. Приведен обзор основных результатов, полученных в области теории и практики решения нечетко-дифференциальных уравнений.

**Во второй главе «Разработка нечетко-дифференциальных математических моделей распространения радиоактивных загрязнений в окружающей среде в условиях неопределенности»** описаны разработанные нечетко-дифференциальные модели, а также алгоритмы численного решения и анализа нечетко-дифференциальных уравнений этих моделей.

Для описания источника радионуклеотидов использованы две модели: нульмерная точечная модель и диффузионная модель. Нульмерная точечная модель описывается следующей краевой задачей

$$\begin{cases} \frac{dM}{dt} = -\lambda M - kM, & t > 0 \\ M(0) = M_0 \exp(-\lambda T) \end{cases} \quad (1)$$

где:  $k = \text{const}$  – скорость вытекания радиоактивного вещества из хранилища;  $t = t_1 - T$  – время после момента разгерметизации хранилища,  $M(t)$  – масса РАО в хранилище,  $T$  – период герметичности хранилища,  $\lambda = \text{const}$  – постоянная распада РАО. Аналитическое решение уравнения (1) имеет следующий вид:

$$M(t) = M_0 \exp(-\lambda(t+T) - kt), \quad t > 0 \quad (2)$$

параметры  $T$  и  $k$  следует рассматривать как неопределенные интервальные числа. Следовательно,  $M(t)$  – также интервальная функция  $\tilde{M}(t) = [\underline{M}(t), \overline{M}(t)]$ , где черта снизу и сверху обозначают соответственно нижнюю и верхнюю границы, значение которой рассчитывается по следующей формуле:

$$\tilde{M}(t) = [M_0 \exp(-\lambda(t+\overline{T}) - \underline{k}t), M_0 \exp(-\lambda(t+\underline{T}) - \overline{k}t)] \quad (3)$$

Диффузионная модель описывается следующей краевой задачей:

$$\begin{cases} \frac{\partial M}{\partial t} = K_x \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 M}{\partial y^2} + K_z \frac{\partial^2 M}{\partial z^2}, \\ \left. \begin{array}{l} M \rightarrow 0 \\ t \rightarrow \infty \end{array} \right\}, \quad M(0, x, y, z) = M_0 \exp(-\lambda T) \delta(x) \delta(y) \delta(z) \end{cases}, \quad (4)$$

где  $M(t, x, y, z)$  — масса РДЗ в точке  $x, y, z$  в момент времени  $t$ ,  $M_0 \exp(-\lambda T)$  — масса РДЗ в момент разгерметизации, которая первоначально сосредоточена в начале координат,  $K_x, K_y, K_z$  — коэффициенты диффузии вдоль координатных осей,  $\delta(x)$  —  $\delta$ -функция Дирака.

Аналитическое решение краевой задачи (4) имеет вид функции гауссовского типа, что позволяет представить интервальное решение задачи (4) в следующем виде

$$\tilde{M}(t, x, y, z) = \frac{M_0}{\sqrt{(4\pi t)^3}} \left[ \frac{\exp\left(-\lambda\bar{T} - \frac{1}{4t}\left(\frac{x^2}{\bar{K}_x} + \frac{y^2}{\bar{K}_y} + \frac{z^2}{\bar{K}_z}\right)\right)}{\sqrt{\bar{K}_x \bar{K}_y \bar{K}_z}}, \frac{\exp\left(-\lambda\underline{T} - \frac{1}{4t}\left(\frac{x^2}{\bar{K}_x} + \frac{y^2}{\bar{K}_y} + \frac{z^2}{\bar{K}_z}\right)\right)}{\sqrt{\bar{K}_x \bar{K}_y \bar{K}_z}} \right]. \quad (5)$$

Для описания распространения РДЗ в литосфере автором разработаны две математические модели. Первая модель - двухуровневая нечетко-дифференциальная модель может быть использована в приближении, когда толщина подземного горизонта от поверхности до хранилища РАО может быть описана с помощью двух геологических слоев с различными физико-химическими характеристиками. Вторая - многоуровневая нечетко-дифференциальная модель распространения РДЗ в литосфере, которая может быть использована в приближении, когда толщина подземного горизонта от хранилища РАО до поверхности может быть описана с помощью нескольких геологических слоев с различными физико-химическими характеристиками. Упрощенная схема расположения геологических слоев и биосферы используемая при разработке двухуровневой и многоуровневой нечетко-дифференциальных моделей представлена на рисунке 1.

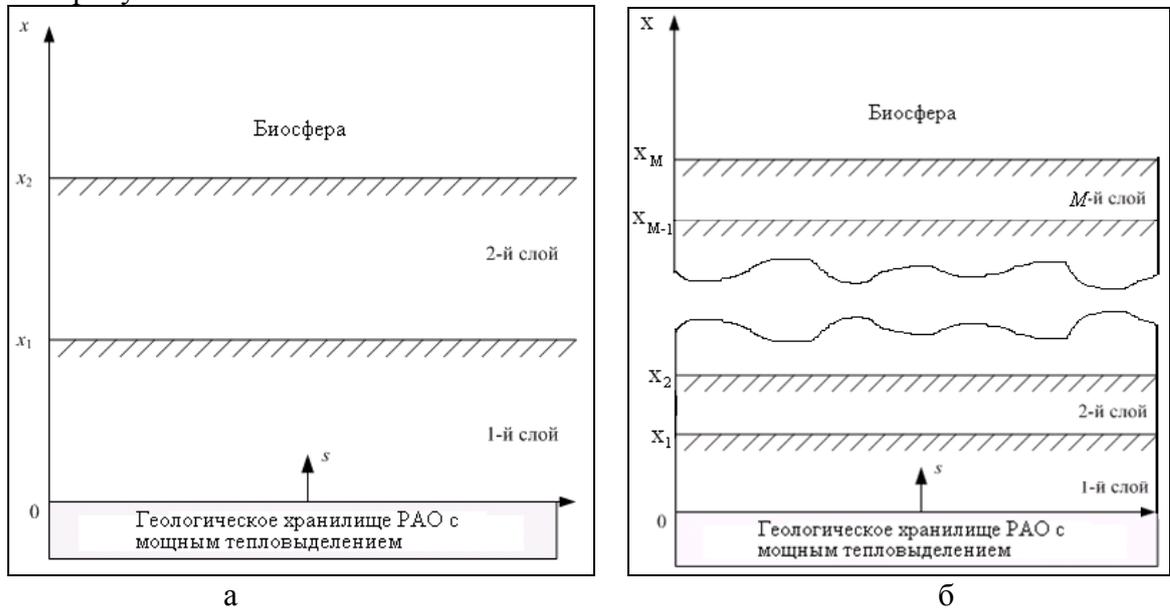


Рис.1. Упрощенная схема расположения геологических слоев, используемая при разработке: а – двухуровневой и б – многоуровневой нечетко-дифференциальных моделей

Краевая задача для нечеткого дифференциального уравнения диффузионно-адвективного переноса в первом геологическом слое имеет следующий вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{C}^{(1)}}{\partial t} + \tilde{u}^{(1)} \frac{\partial \tilde{C}^{(1)}}{\partial x} - \tilde{K}^{(1)} \frac{\partial^2 \tilde{C}^{(1)}}{\partial x^2} &= -\lambda \tilde{C}^{(1)}, \\ \tilde{C}^{(1)}(x, 0) = 0, \quad \tilde{C}^{(1)}(0, t) &= [M_0 \exp(-\lambda(t + \bar{T}) - kt), M_0 \exp(-\lambda(t + \underline{T}) - kt)], \\ \frac{\partial \tilde{C}^{(1)}(\tilde{L}_1, t)}{\partial x} &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

где  $\tilde{C}^{(1)}$  - интервальная концентрация РДЗ в первом геологическом слое,  $\tilde{K}^{(1)}$  - интервальный коэффициент запаздывания,  $\tilde{u}^{(1)} = \frac{\tilde{V}^{(1)}}{\tilde{R}^{(1)}}$  - интервальная скорость адвекции РДЗ,  $\tilde{K}^{(1)} = \frac{d^{(1)}\tilde{V}^{(1)}}{\tilde{R}^{(1)}}$  - интервальный коэффициент диффузии,  $\tilde{L}^{(1)}$  - интервальный размер первого геологического

слоя.

Аналогичная краевая задача для второго геологического слоя имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{C}^{(2)}}{\partial t} + \tilde{u}^{(2)} \frac{\partial \tilde{C}^{(2)}}{\partial x} - \tilde{K}^{(2)} \frac{\partial^2 \tilde{C}^{(2)}}{\partial x^2} &= -\lambda \tilde{C}^{(2)}, \\ \tilde{C}^{(2)}(x, 0) = 0, \quad \tilde{C}^{(2)}(0, t) &= \tilde{C}^{(1)}(\tilde{L}_1, t), \\ \frac{\partial \tilde{C}^{(2)}(\tilde{L}_2, t)}{\partial x} &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

где обозначения по смыслу совпадают с обозначениями краевой задачи (6).

Для упрощения краевых задач (6) – (7) использована замена переменных:

$$\begin{aligned} \tilde{C}^{(1)}(x, t) &= \tilde{B}^{(1)}(x, t) \cdot \exp(-\lambda t), \\ \tilde{C}^{(2)}(x, t) &= \tilde{B}^{(2)}(x, t) \cdot \exp(-\lambda t) \end{aligned} \quad (8)$$

После замены переменных нечеткие краевые задачи для двухуровневой модели принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{B}^{(1)}}{\partial t} &= -\tilde{u}^{(1)} \frac{\partial \tilde{B}^{(1)}}{\partial x} + \tilde{K}^{(1)} \frac{\partial^2 \tilde{B}^{(1)}}{\partial x^2}, \\ \tilde{B}^{(1)}(x, 0) = 0, \quad \tilde{B}^{(1)}(0, t) &= [M_0 \exp(-\lambda \bar{T} - \bar{k}t), M_0 \exp(-\lambda \underline{T} - \underline{k}t)], \\ \frac{\partial \tilde{B}^{(1)}(\tilde{L}_1, t)}{\partial x} &= 0 \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{B}^{(2)}}{\partial t} &= -\tilde{u}^{(2)} \frac{\partial \tilde{B}^{(2)}}{\partial x} + \tilde{K}^{(2)} \frac{\partial^2 \tilde{B}^{(2)}}{\partial x^2}, \\ \tilde{B}^{(2)}(x, 0) = 0, \quad \tilde{B}^{(2)}(0, t) &= \tilde{B}^{(1)}(\tilde{L}_1, t), \\ \frac{\partial \tilde{B}^{(2)}(\tilde{L}_2, t)}{\partial x} &= 0 \end{aligned}$$

Первая краевая задача решается на интервале:  $x \in [0, \tilde{L}_1]$ . Вторая на интервале:  $x \in [0, \tilde{L}_2]$ . При решении краевых задач используется общее время, начиная с момента разгерметизации хранилища РАО.

Для численного решения системы уравнений (9) использована численная схема ВВЦП (конечные разности вперед по времени для производной по времени и центральные разности для диффузионной компоненты), а также схема с разностями против потока для адвекционной компоненты. При этом конечно-разностное представление каждого из уравнений (9) принимает следующий вид

$$\begin{aligned} -(\alpha + \beta) \bar{B}_{i-1}^{n+1} + (1 + \alpha + 2\beta) \underline{B}_i^{n+1} - \beta \bar{B}_{i+1}^{n+1} &= \bar{B}_i^n, \\ -(\alpha + \beta) \underline{B}_{i-1}^{n+1} + (1 + \alpha + 2\beta) \bar{B}_i^{n+1} - \beta \underline{B}_{i+1}^{n+1} &= \underline{B}_i^n \end{aligned} \quad (10)$$

где  $\alpha = \frac{u\Delta t}{2\Delta x}$ ,  $\beta = \frac{K\Delta t}{\Delta x^2}$ ,  $i$  - индекс пространственного узла и  $n$  - индекс временного слоя, черта снизу и черта сверху обозначают нижнюю и верхнюю границы нечеткого интервального числа. Система алгебраических уравнений (10) имеет шестидиагональную матрицу. В диссертации предложено привести систему уравнений (10) к двум независимым системам уравнений с трехдиагональными матрицами, для чего вместо нижних и верхних границ интервалов неопределенности использованы центры и длины этих интервалов:

$B_i^n = \frac{1}{2}(\underline{B}_i^n + \bar{B}_i^n)$ ,  $D_i^n = |\bar{B}_i^n - \underline{B}_i^n|$ . При этом границы интервалов могут быть рассчитаны по следующим формулам

$$\underline{B}_i^N = B_i^N - \frac{1}{2} D_i^N, \quad \bar{B}_i^N = B_i^N + \frac{1}{2} D_i^N \quad (11)$$

Вычислительный алгоритм исследован на сходимость и устойчивость с помощью метода Неймана. Многоуровневая модель сводится к следующей последовательности нечетко-дифференциальных краевых задач:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{B}^{(1)}}{\partial t} &= -u^{(1)} \frac{\partial \tilde{B}^{(1)}}{\partial x} + K^{(1)} \frac{\partial^2 \tilde{B}^{(1)}}{\partial x^2}, \\ \tilde{B}^{(1)}(x, 0) &= 0, \quad \tilde{B}^{(1)}(0, t) = [M_0 \exp(-\lambda \bar{T} - \bar{k}t), M_0 \exp(-\lambda \underline{T} - \underline{k}t)], \\ \frac{\partial \tilde{B}^{(1)}(L_1, t)}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial \tilde{B}^{(2)}}{\partial t} &= -u^{(2)} \frac{\partial \tilde{B}^{(2)}}{\partial x} + K^{(2)} \frac{\partial^2 \tilde{B}^{(2)}}{\partial x^2}, \\ \tilde{B}^{(2)}(x, 0) &= 0, \quad \tilde{B}^{(2)}(0, t) = \tilde{B}^{(1)}(L_1, t), \\ \frac{\partial \tilde{B}^{(2)}(L_2, t)}{\partial x} &= 0 \\ &\dots\dots\dots \\ \frac{\partial \tilde{B}^{(M)}}{\partial t} &= -u^{(M)} \frac{\partial \tilde{B}^{(M)}}{\partial x} + K^{(M)} \frac{\partial^2 \tilde{B}^{(M)}}{\partial x^2}, \\ \tilde{B}^{(M)}(x, 0) &= 0, \quad \tilde{B}^{(M)}(0, t) = \tilde{B}^{(M-1)}(L_{M-1}, t), \\ \frac{\partial \tilde{B}^{(M)}(L_M, t)}{\partial x} &= 0 \end{aligned} \quad (12)$$

где  $\tilde{C}^{(m)}(x, t) = \tilde{B}^{(m)}(x, t) \cdot \exp(-\lambda t)$  - концентрация РДЗ в  $m$ -м геологическом слое;  $u^{(m)} = \frac{V^{(m)}}{R^{(m)}}$

скорость адвекции РДЗ в  $m$ -м геологическом слое,  $K^{(m)} = \frac{d^{(m)} \cdot V^{(m)}}{R^{(m)}}$  - коэффициент диффузии в  $m$ -м геологическом слое,  $\lambda$  - постоянная радиоактивного распада. Основными источниками неопределенности, также как и в двухуровневой модели, являются следующие параметры:  $T$  - период герметичности,  $k$  - скорость вытекания РДЗ из хранилища. При этом для упрощения задачи размеры геологических слоев представлены в виде четких чисел. В качестве граничных условий использованы условия сопряжения концентраций РДЗ на границах слоев.

Для численного решения системы уравнений (12) использована полностью неявная вычислительная схема с разностями против потока, уравнения которой с помощью операций интервальной алгебры приводятся к системе уравнений для границ интервалов неопределенности:

$$\begin{aligned} -(\beta^{(m)} + \alpha^{(m)}) \bar{B}_{i-1}^{n+1} + (1 + \alpha^{(m)} + 2\beta^{(m)}) \underline{B}_i^{n+1} - \beta^{(m)} \bar{B}_{i+1}^{n+1} &= \bar{B}_i^n, \\ -(\beta^{(m)} + \alpha^{(m)}) \underline{B}_{i-1}^{n+1} + (1 + \alpha^{(m)} + 2\beta^{(m)}) \bar{B}_i^{n+1} - \beta^{(m)} \underline{B}_{i+1}^{n+1} &= \underline{B}_i^n \end{aligned} \quad (13)$$

Последовательность конечно-разностных краевых задач для уравнений (13) решалась с общим временем, т.е. все краевые задачи цепочки решались одновременно. На верхней границе каждого слоя принималось условие свободного вытекания РДЗ (граничное условие второго рода Неймана). В результате последовательность конечно-разностных краевых задач для центров интервалов неопределенности имеет следующий вид

$$\begin{aligned} -(\alpha^{(1)} + \beta^{(1)}) B_{1,i-1}^{n+1} + (1 + \alpha^{(1)} + 2\beta^{(1)}) B_{1,i}^{n+1} - \beta^{(1)} B_{1,i+1}^{n+1} &= B_{1,i}^n \\ B_{1,i}^1 &= 0, \quad i = 1, \dots, I \end{aligned} \quad \text{- начальное условие,}$$

$$\begin{aligned}
B_{1,1}^{n+1} &= \frac{M_0}{2} \left( \exp(-\lambda \bar{T} - \bar{k}n\Delta t) + \exp(-\lambda \underline{T} - \underline{k}n\Delta t) \right), n=1, \dots, N \text{ нижняя граница} \\
B_{1,I}^{n+1} &= B_{1,I-1}^n \text{ - верхняя граница} \\
-\left(\alpha^{(2)} + \beta^{(2)}\right) B_{2,i-1}^{n+1} + \left(1 + \alpha^{(2)} + 2\beta^{(2)}\right) B_{2,i}^{n+1} - \beta^{(2)} B_{2,i+1}^{n+1} &= B_{2,i}^n \\
B_{2,i}^1 &= 0, i=1, \dots, I \text{ - начальное условие,} \\
B_{2,1}^{n+1} &= B_{1,I}^n, n=1, \dots, N \text{ - нижняя граница} \\
B_{2,I}^{n+1} &= B_{2,I-1}^n \text{ - верхняя граница} \\
\cdots \cdots \cdots & \cdots \cdots \cdots (14) \\
-\left(\alpha^{(M)} + \beta^{(M)}\right) B_{M,i-1}^{n+1} + \left(1 + \alpha^{(M)} + 2\beta^{(M)}\right) B_{M,i}^{n+1} - \beta^{(M)} B_{M,i+1}^{n+1} &= B_{M,i}^n \\
B_{M,i}^1 &= 0, i=1, \dots, I \text{ - начальное условие,} \\
B_{M,1}^{n+1} &= B_{M-1,I}^n, n=1, \dots, N \text{ - нижняя граница} \\
B_{M,I}^{n+1} &= B_{M,I-1}^n \text{ - верхняя граница}
\end{aligned}$$

Последовательность конечно-разностных краевых задач для длин интервалов неопределенности имеет аналогичный вид.

Система уравнений (14) исследована на устойчивость и сходимость с помощью метода Неймана. Для каждого внутреннего геологического слоя суммарный множитель перехода представляет собой произведение трех множителей перехода  $g = g_m g_{m,m+1} g_{m+1}$ , где  $g_m = \frac{V_m^{n+1}}{V_m^n}$

- множитель перехода внутри  $m$ -го геологического слоя,  $g_{m+1} = \frac{V_{m+1}^{n+1}}{V_{m+1}^n}$  - множитель перехода

внутри  $m+1$ -го геологического слоя,  $g_{m,m+1}$  - множитель перехода между слоями. Из анализа устойчивости двухуровневой модели следует, что для внутренних множителей перехода выполняются условия абсолютной устойчивости, следовательно, их произведение меньше единицы. На границе  $m$ -го и  $m+1$ -го слоев выполняются следующие условия сопряжения

$$\begin{aligned}
V_m^{n+1} \exp(jI\theta) &= V_m^n \exp(j(I-1)\theta) \\
V_{m+1}^{n+1} \exp(j(I+1)\theta) &= V_m^n \exp(jI\theta)
\end{aligned} \tag{15}$$

Из уравнений (15) следует, что  $g_{m,m+1} = \left| \frac{V_{m+1}^{n+1}}{V_m^n} \right| = |\exp(-j\theta)| = 1$ , т.е. система уравнений (14) является абсолютно устойчивой.

Для моделирования распространения РДЗ в биосфере использовано исходное нечеткое уравнение диффузионно-адвективного переноса, которое предложено сотрудниками МГУ им. М.В.Ломоносова (А.Братусь, А.Новожилов и др). Отличительная особенность предложенной модифицированной модели, разработанной автором, состоит в следующем. Модификация 1. Граничное условие в виде  $\delta$ -функции заменено на нечеткую концентрацию загрязнения на выходе последнего геологического слоя  $\tilde{C}^{(M)}(\tilde{L}^{(M)}, t)$ . Модификация 2. Исходная модель описывает планарный перенос загрязнения. Это приближение рационально использовать только при условии, что известно начальное распределение биомассы  $w_0(x, y)$ . В диссертации предполагается, что начальное распределение биомассы неизвестно и используется модель с круговой симметрией. Модификация 3. В диссертации учитывается как депрессивное, так и стимулирующее воздействие РДЗ на биомассу при малых дозах. Модификация 4. Вместо системы четких дифференциальных уравнений исходной модели в диссертации использована система нечетко-дифференциальных уравнений следующего вида

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \tilde{A}}{\partial t} + u_e(r) \cdot \frac{\partial \tilde{A}}{\partial r} &= K_r \frac{\partial^2 \tilde{A}}{\partial r^2} - \lambda_e(r, t) \tilde{A} \\
\frac{\partial \tilde{w}}{\partial t} &= \gamma \cdot \tilde{w} \cdot (1 - \tilde{w}) + E_r \cdot \tilde{A} \cdot \tilde{w}, \\
\tilde{A}(0, t) &= \tilde{B}^{(M)}(L^{(M)}, t) \exp(-\lambda t), \quad \tilde{A}(r, 0) = 0, \quad \tilde{w}(r, 0) = 1
\end{aligned} \tag{16}$$

где  $\tilde{A}(r, t)$  - нечеткая концентрация РДЗ в биосфере,  $\tilde{B}^{(M)}(L^{(M)}, t)$  - концентрация РДЗ на верхней границе последнего геологического слоя,  $\tilde{w}(r, t)$  - нечеткая относительная плотность биомассы ( $w(r, t) = \frac{W(r, t)}{W_0(r, t)}$ ,  $W(r, t)$  - плотность биомассы,  $W_0(r, t)$  - начальное распределение

плотности биомассы),  $\gamma$  - коэффициент скорости роста биомассы,  $u_e = v_r - \frac{K_r}{r}$  - эффективная скорость адвекции,  $v_r$  - радиальная скорость адвекции РДЗ в биосфере,  $K_r$  - радиальный коэффициент диффузии РДЗ в биосфере,  $\tilde{\lambda}_e = \lambda + \frac{v_r}{r} + \frac{\tilde{w}}{B_r + C}$  - эффективный коэффициент диссипации,  $\lambda$  - постоянная радиоактивного распада РДЗ,  $E_r$  - коэффициент интенсивности, описывающий воздействие РДЗ на биомассу,  $B_r$  - коэффициент фиксации РДЗ в биомассе.

Частично неявное конечно-разностное представление первого уравнения системы (13) имеет следующий алгоритмический вид

$$\begin{aligned}
-(\alpha + \beta) \bar{A}_{i-1}^{n+1} + (1 + \alpha + 2\beta) \underline{A}_i^{n+1} - \beta \bar{A}_{i+1}^{n+1} &= \bar{A}_i^n - (\lambda_e)_i^n \underline{A}_i^n \\
-(\alpha + \beta) \underline{A}_{i-1}^{n+1} + (1 + \alpha + 2\beta) \bar{A}_i^{n+1} - \beta \underline{A}_{i+1}^{n+1} &= \underline{A}_i^n - (\lambda_e)_i^n \bar{A}_i^n
\end{aligned} \tag{17}$$

где  $\alpha_i = \frac{(u_e)_i \Delta t}{\Delta r} = \left( v_r - \frac{K_r}{i \cdot \Delta r} \right) \frac{\Delta t}{\Delta r}$ ,  $\beta = \frac{K_r \Delta t}{\Delta r^2}$  - параметры конечно-разностной дискретизации модели.

При компьютерном моделировании плотности биомассы использован только четкий аналог второго уравнения системы (16)

$$\begin{aligned}
w_i^{n+1} - w_i^n + \gamma \Delta t \cdot (w_i^n)^2 - \gamma \Delta t \cdot w_i^n - E_r \Delta t \cdot A_i^n w_i^n &= 0, \\
w_i^1 &= 1
\end{aligned} \tag{18}$$

где  $A_i^n$  - центры интервалов неопределенности для концентрации загрязнения биосферы.

**В третьей главе «Разработка комплекса объектно-ориентированных программ анализа распространения радиоактивных загрязнений в окружающей среде с учетом неопределенности»** предложена архитектура комплекса программ «DERAP» анализа распространения РДЗ в окружающей среде с учетом неопределенности при разрушении хранилищ РАО и описана программная реализация алгоритмов, разработанных автором во второй главе. Блок-схема обобщенной архитектуры комплекса программ «DERAP» представлена на рисунке 2.

Комплекс программ «DERAP» состоит из 6-и модулей.

Входным модулем комплекса является модуль пользовательского интерфейса, с помощью которого осуществляется ввод 25-и параметров моделирования с учетом неопределенности. Нечеткие интервальные параметры задаются с помощью двух чисел разделенных символом «точка с запятой», обозначающих нижнюю и верхнюю границы интервала.

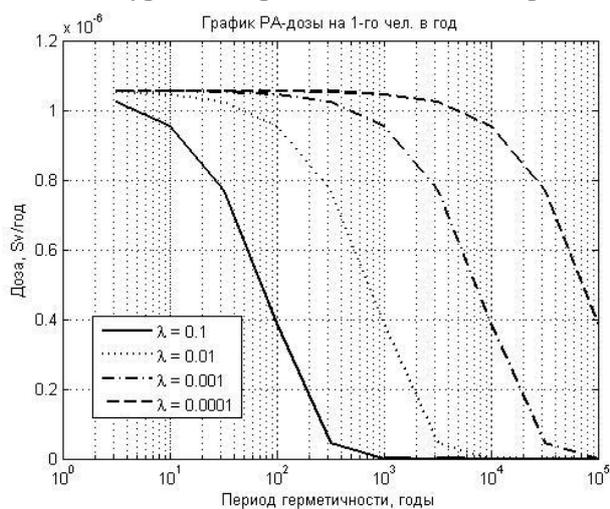
Программный модуль моделирования источника РДЗ включает два блока: блок нулевой модели источника РДЗ и блок одномерной диффузионной модели. После программного модуля ПМ-1 параллельно располагаются два альтернативных модуля: ПМ-2 - модуль двухуровневой модели и ПМ-3 - модуль многоуровневой модели. Модуль двухуровневой модели включает два блока. Модуль многоуровневой модели включает от трех до четырех блоков.

Каждый из блоков описывает распространение РДЗ в одном из геологических слоев. Модуль ПМ-5 включает два блока: блок моделирования распространения РДЗ в биосфере и блок динамики биомассы. Комплекс программ «DERAP» в целом работает с использованием общего времени, однако для сокращения времени расчетов на границе между модулями имеется ограничение, при котором следующий модуль начинает использоваться только при превышении входного значения концентрации РДЗ заданного порога.

Модуль графического представления результатов моделирования ПМ-6 включает блоки двухмерной и трехмерной графики для вывода полученных результатов в графические окна пользовательского интерфейса.

**В четвертой главе «Практические результаты компьютерного анализа распространения радиоактивных загрязнений в окружающей среде с учетом неопределенности»** представлены результаты компьютерного моделирования и вычислительных экспериментов, полученные с применением комплекса программ «DERAP».

На рисунке 2 представлены графики зависимости средней эквивалентной дозы облучения населения от периодов герметичности хранилища РАО для различных значений постоянных  $\lambda$  радиоактивного распада, имеющие вид логистических функций и слабо изменяющиеся как при малых, так и при больших значениях периодов герметичности хранилища. Средняя часть графиков соответствует интервалу, на котором период герметичности приблизительно равен периоду полураспада РДЗ. Таким образом, для минимизации дозы необходимо, чтобы периоды герметичности хранилища были больше или приблизительно равны периодам полураспада радиоактивного загрязнения.



На рисунке 3 представлены результаты компьютерного моделирования стимулирующего и депрессивного воздействия РДЗ на биомассу. Как показывает ряд исследований при малых дозах возможно стимулирующее воздействие РДЗ на биомассу.

Рис.2. Графики средней эквивалентной дозы облучения населения в зависимости от периодов герметичности хранилища РАО

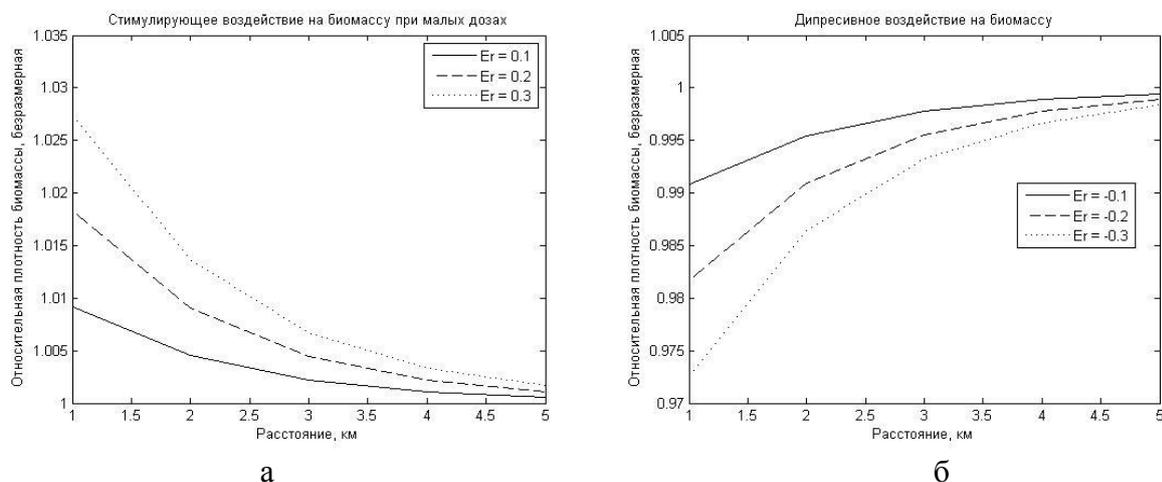


Рис.3. Графики воздействия РДЗ на биомассу: а – стимулирующего и б – депрессивного

Для изучения стимулирующих воздействий РДЗ на биомассу параметр  $E_r$  должен быть положительный, а для изучения депрессивного воздействия - параметр РДЗ должен быть отрицательный. Как следует из рисунка 3, относительная плотность биомассы при стимулирующем воздействии больше единицы, а при депрессивном воздействии – меньше единицы. В процессе распространения РДЗ в биосфере загрязнение оказывает влияние на биомассу, а с другой стороны биомасса, поглощает РДЗ, оказывая влияние на количество и дальность переноса РДЗ в биосфере.

Для моделирования фильтрационного воздействия биомассы используется параметр  $B_r$ , названный коэффициентом фиксации (см. уравнение (16)). При малых значениях коэффициента фиксации  $B_r$  дальность распространения РДЗ будет больше, чем при больших значениях коэффициента фиксации, при котором часть загрязнения поглощается биомассой.

----- \* -----\* -----

По мнению автора, настоящая диссертация является законченной научно-квалификационной работой, в которой на основании проведенных исследований получены инженерно-технические решения по созданию нечетко-дифференциальных моделей и алгоритмов анализа распространения радиоактивных загрязнений в геологических слоях и биосфере при разрушении хранилищ РАО с учетом неопределенности и разработан комплекс программ анализа и прогнозирования воздействия РДЗ на биосферу и население, реализация которых имеет существенное значение для обеспечения радиационной безопасности населения и окружающей среды.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Разработана двухуровневая нечетко-дифференциальная модель распространения радиоактивных загрязнений в литосфере с учетом неопределенности и предложен алгоритм решения систем нечетко-дифференциальных уравнений с помощью частично неявной вычислительной схемы с трехдиагональной матрицей.

2. Проведены вычислительные эксперименты по исследованию устойчивости и сходимости алгоритмов численного решения систем нечетко-дифференциальных уравнений двухуровневой математической модели по Нейману и доказана абсолютная устойчивость и сходимость разработанных алгоритмов.

3. Разработана многоуровневая нечетко-дифференциальная модель распространения радиоактивных загрязнений в литосфере с учетом неопределенности и предложен алгоритм решения систем нечетко-дифференциальных уравнений, основанный на представлении нечетких интервальных переменных с помощью центров и длин интервалов неопределенности.

4. Проведены вычислительные эксперименты по исследованию устойчивости и сходимости алгоритмов численного решения систем нечетко-дифференциальных уравнений многоуровневой математической модели по Нейману и доказана абсолютная устойчивость и сходимость разработанных алгоритмов.

5. Разработана нечетко-дифференциальная модель и алгоритм решения системы нечетко-дифференциальных уравнений распространения радиоактивных загрязнений в биосфере с учетом неопределенности в приближении нечетких интервальных чисел и описывает как депрессивное воздействие РДЗ на биомассу, так и стимулирующее воздействие РДЗ при малых дозах.

6. Разработан комплекс объектно-ориентированных программ «DERAP» анализа распространения радиоактивных загрязнений в геологических слоях и биосфере при нечетких интервальных значениях периодов герметизации и скоростей вытекания РДЗ из хранилищ РАО.

7. Проведено компьютерное моделирование распространения в окружающую среду радиоактивного загрязнения - изотопа  $I^{129}$  с большим периодом полураспада при разгерметизации геологического хранилища радиоактивных отходов. Результаты компьютерного анализа показали, что величина дозы облучения существенно зависит от периодов полураспада РДЗ,

скорости вытекания РДЗ из хранилища и от скоростей адвекции РДЗ в направлении земной поверхности, что обусловлено гидродинамикой подземных вод.

8. Компьютерный анализ распространения РДЗ в литосфере показал, что максимум распределения РДЗ расположен на границе между геологическими слоями, что обусловлено более высокой скоростью адвекции РДЗ в верхних геологических слоях, вызывающей быстрый отток РДЗ от границы раздела геологических слоев.

9. Результаты компьютерного моделирования распространения РДЗ при разгерметизации геологических хранилищ позволили установить, что для минимизации дозы РДЗ в биосфере необходимо, чтобы периоды герметичности хранилища были больше или приблизительно равны периодам полураспада радиоактивного загрязнения.

## **СПИСОК РАБОТ, ОПУБЛИКОВАННЫХ АВТОРОМ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ:**

### **В изданиях перечня ВАК**

1. Бутусов О.Б., Попов Д.В., Редикульцева Н.И. Компьютерное моделирование нечеткого уравнения переноса радиоактивных загрязнений // Известия МГТУ «МАМИ» - 2012. – т.4. – №2(14). – с.305-308.

2. Бутусов О.Б., Мешалкин В.П., Попов Д.В., Тюкаев Д.А. Компьютерное моделирование радиоактивного загрязнения окружающей среды при разрушениях геологических хранилищ радиоактивных отходов с учетом неопределенности // Теоретические основы химической технологии. – 2013. – Т.47. - №6. – С.639 – 645.

3. Butusov O. B., Meshalkin V. P., Popov D. V., and Tyukaev D. A. Computer aided simulation of radioactive pollution of environment upon destruction of geologic repositories of radioactive wastes with allowance for uncertainty // Theoretical foundations of chemical engineering. – 2013. - Vol. 47. - No. 6. - P. 702–708.

### **В других изданиях**

4. Бутусов О.Б., Попов Д.В., Степанов А.М., Редикульцева Н.И. Математическое моделирование распространения радиоактивных загрязнений из хранилищ радиоактивных отходов. – Сб. научных трудов 6-й международной научно-практической конференции с элементами научной школы для молодежи «Энергосберегающие технологии в промышленности. Печные агрегаты. Экология» - М.: Изд-во ООО «ИТЕП», НИТУ «МИСиС», 2012. – С.70-72.

5. Попов Д.В., Бутусов О.Б., Редикульцева Н.И. Нечеткое математическое моделирование радиационного загрязнения окружающей среды. – Сборник трудов 25-й международной научной конференции «Математические методы в технике и технологиях ММТТ-25». – Т.9. – Волгоград: Волгогр. гос. техн. ун-т, 2012. – С.24-26.

6. Бутусов О.Б., Редикульцева Н.И., Попов Д.В. Моделирование сукцессионной динамики лесных экосистем // Приоритетные направления развития науки и технологий: тезисы докладов XII всероссийской научн.-техн. конф.; под общ. ред. В.М. Панарина. - Тула: Изд-во «Инновационные технологии», 2012. – С.17-18.

В работах, написанных в соавторстве, Попову Д.В. принадлежат следующие результаты: в работе [1] описана математическая двухуровневая модель распространения загрязнений в условиях неопределенности; в [2,3] описана модель воздействия радиационных загрязнений на население; в [4,5] обоснована возможность использования нульмерной математической модели для описания источника радиоактивных загрязнений; в [6] предложена математическая и компьютерная модели распространения радиоактивных загрязнений в биосфере.

----- \* -----\*

В заключение автор выражает глубокую благодарность своему научному руководителю - проф., д.ф.м.н. О.Б. Бутусову за постоянное внимание и помощь в выполнении научных исследований. Автор благодарит чл.-корр. РАН, проф., д.т.н. В.П.Мешалкина и коллектив кафедры за поддержку и научно-методические консультации.